MUTLAK DEĞERLİ DENKLEMLER

Mutlak değer içeren denklemlere **mutlak değerli denklem** denir.

MUTLAK DEĞERLİ DENKLEMLER NASIL ÇÖZÜLÜR?

$x, y, a \in R$ olmak üzere ;

1) $|x| = a$ eşitliğinde $a > 0$ ise $x = a$ veya $x = -a$ olur.

ÖRNEK: $|x + 3| = 5$ denkleminin çözüm kümesini bulalım.

$x + 3 = 5$ eşitliğinden $x = 2$ bulunur.
$x + 3 = -5$ eşitliğinden $x = -8$ bulunur.

$Ç = \{2, -8\}$

2) $|x| = 0$ ise $x = 0$ olur.

ÖRNEK: $|2x - 8| + 4 = 4$ denkleminin çözüm kümesini bulalım.

$|2x - 8| = 0$ olduğu için $2x - 8 = 0$ eşitliğinden $x = 4$ bulunur.

$Ç = \{4\}$

3) $|x| = a$ eşitliğinde $a < 0$ ise denklemin çözüm kümesi boş küme olur.

ÖRNEK: $|3x + 6| = -5$ denkleminin çözüm kümesini bulalım.

Mutlak değerli bir ifade negatif bir sayıya eşit olamayacağı için çözüm kümesi boş kümedir.

$Ç = \emptyset$

4) |x| = |y| ise x = y veya x = −y olur.

ÖRNEK: |x + 1| = |2x − 16| denkleminin çözüm kümesini bulalım.

x + 1 = 2x − 16 eşitliğinden x = 17 bulunur.
x + 1 = -(2x − 16)= −2x + 16 eşitliğinden x = 5 bulunur.

Ç = {5, 17}

5) |x| = y ise x = y veya x = −y olur. Bulunan köklerden mutlak değerin eşitini (y) negatif yapanlar çözüm kümesine dahil edilmez.

ÖRNEK: |x − 9| = 2x − 3 denkleminin çözüm kümesini bulalım.

x − 9 = 2x − 3 eşitliğinden x = −6 bulunur. bu değeri 2x-3 de yerine yazarsak 2.(-6)-3=-15 negatif yaptığı için bu değer alınmaz.
x − 9 =-(2x − 3)= −2x + 3 eşitliğinden x = 4 bulunur. bu değeri 2x-3 de yerine yazarsak, 2.4-3=5 pozitif olduğundan bu değer alınır.

Ç = {4}

6) |x| + |y| = 0 ise x = 0 ve y = 0 olur.

ÖRNEK : $|x+2|+|y-3|=0$ ise x.y kaçtır?

X+2=0 x=-2 x.y=(-6)

y-3=0 y=3

MUTLAK DEĞERLİ EŞİTSİZLİKLER

Mutlak değer içeren eşitsizliklere **mutlak değerli eşitsizlik** denir.

MUTLAK DEĞERLİ EŞİTSİZLİKLER NASIL ÇÖZÜLÜR?

$x, a, b \in R$ olmak üzere ;

1) $|x| \leq a$ eşitsizliğinde $a > 0$ ise $-a \leq x \leq a$ olur.

ÖRNEK: $|x + 3| \leq 5$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulalım.

$-5 \leq x + 3 \leq 5$

$-5 - 3 \leq x \leq 5 - 3$

$-8 \leq x \leq 2$

Ç = $[-8, 2]$

2) $|x| \leq 0$ ise $x = 0$ olur.

ÖRNEK: $|3x + 15| \leq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulalım.

$3x + 15 = 0$ eşitsizliğinden $x = -5$ bulunur.

Ç = $\{-5\}$

3) $|x| \leq a$ eşitsizliğinde $a < 0$ ise eşitsizliğin çözüm kümesi boş küme olur.

ÖRNEK: $|2x + 7| < -4$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulalım.

Mutlak değerli bir ifade negatif bir sayıdan küçük olamayacağı için çözüm kümesi boş kümedir.

Ç = $\emptyset$

4) $|x| \geq a$ eşitsizliğinde $a \geq 0$ ise $x \geq a$ veya $x \leq -a$ olur.

ÖRNEK: $|x - 1| \geq 3$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulalım.

$x - 1 \geq 3$ eşitsizliğinden $x \geq 4$ bulunur.
$x - 1 \leq -3$ eşitsizliğinden $x \leq -2$ bulunur.

$Ç = (-\infty, -2] \cup [4, \infty)$

5) $|x| \geq 0$ ise çözüm kümesi $Ç = R$ olur.

ÖRNEK: $|-3x + 15| \geq 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulalım.

Ç = R dır. çünkü mutlak değerin tanımından daima 0 dan büyük ve eşittir.

6) $|x| > 0$ ise çözüm kümesi içeriyi 0 yapan x değeri çıkarılır. $Ç = R - \{x\}$ olur.

ÖRNEK: $|-2x + 6| > 0$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulalım.

$-2x + 6 = 0$ eşitliğinden $x = 3$ bulunur.

Eşitlik olmadığından içeriyi 0 yapan değer bulunur, tüm reel sayılardan çıkarılır.

$Ç = R - \{3\}$

7) $a \leq |x| \leq b$ eşitsizliğinde $a > 0$ ve $b > 0$ ise
$a \leq x \leq b$ veya $-b \leq x \leq -a$ olur.

ÖRNEK: $4 < |x + 2| \leq 10$ eşitsizliğinin çözüm kümesini bulalım.

$4 < x + 2 \leq 10$ eşitsizliğinden $2 < x \leq 8$ bulunur.
$-10 \leq x + 2 < -4$ eşitsizliğinden $-12 \leq x < -6$ bulunur.

$Ç = [-12, -6) \cup (2, 8]$